

# 算数科における教材の構造と授業設計に ついての研究 (2)

井 上 俊 夫

## は じ め に

臨時教育審議会は、教育改革に関する最終答申をまとめ、昭和62年8月7日に提出され、その内容が公表された。

この最終答申は、これまでに提言してきた一次、二次、三次の答申内容を整理し、21世紀に向けての教育改革を推進する重要な観点として「個性重視の原則」「生涯学習体系への移行」「変化への対応」を強調している。

今次の教育改革は、教育基本法<sup>1)</sup>の精神にのつとめて進められるものであるとし、教育改革に関する第一次答申<sup>1)</sup>の「第一部 教育改革の基本方向、第四節 改革の基本的な考え方」の中において、

この趣旨にしたがって、個人し尊厳を重んじ、個性豊かな文化の創造を目指す教育を現実の教育の営みの中で実現することを願い、また、伝統文化を継承し、日本人として、自覚に立って国際社会に貢献し得る国民の育成を図ることを目標とし、この目標に向けて、教育の現状をふまえ、時代の進展に対応し得る教育の改革を推進するための基本的な考え方をしている。

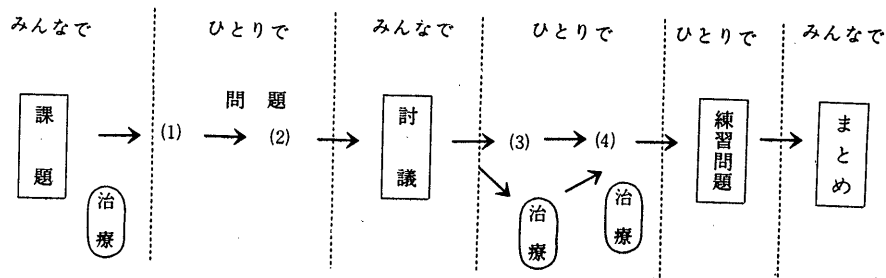
なかでも「個性重視の原則」は、今次教育改革において最も重視されなければならないものとし、他のすべてに通じる基本的な原則としたのである。

このことに関しては、既に1960年代（昭和35年～）教育評価<sup>2)</sup>に関して「個性を伸ばす教育」を重視するようになり、全人教育に対する反省<sup>3)</sup>が行われ、これにともない「個性を伸ばす指導」—人格形成—の展開が重視され、算数科の指導においても目標達成のため、このことを日々の実践を通して考慮すべきかが課題として取り上げられることになったのである。そして、この課題追究の基本的な考え方として、次の2つが、学習形態の問題として学習方法の問題とのかかわりにおいて研究が進められるようになった。

その1つは、主体性をもたせる指導（主体学習）グループ学習・自主協同学習等を含む。これらの形態によって、次の学習過程によって、個人で学ぶ→小集内で学び合う→みんなで解決する指導が進められることになる。

## 算数科における教材の構造と授業設計についての研究 (2)

### 学習過程のモデル—



他の1つは、—能力差を考えた指導—<sup>4)</sup>(一人ひとりを生かす指導)

これには、能力別学級編成から、集団の中の個別学習形態、プログラム学習形態まで幅広い範囲がある。一人ひとりを生かすために教育機器を利用したり、コンピュータ利用の学習等、それぞれの分野において研究と実践によって「人間形成」に寄与されている。

筆者も、この課題についての研究とその成果を公にしてきた。

小学校における算数教材の精選・統合と教授過程についての一考察

仏教大学文学部学会人文学論集 第14号

算数科における教材の構造と授業設計についての一考察 (1)

仏教大学文学部学会人文学論集 第18号

算数科指導に対する教育工学の適用

仏教大学文学部学会人文学論集 第20号

学習の個別化を目指す授業の改善

教育開発研究所「学習指導研修」'87, '86, '87

個の確立をめざす学習過程の探究

大日本図書株式会社「算数数学の研究」'87

等である。

この稿においては、「授業の質的改善」の道を探究をめざし、「授業分析から授業設計」に至る過程を、さらに、この考察に用いる図形教材とその背景をなす内容について考え、もって「個を生かすための学習」の成立を図るための基礎資料を収集し、「授業設計」の構築に役立てたいと考える。

### I 「教材の構造と授業設計」の課題解決の視点

目標分析から授業設計に至るまで、一貫したシステムとしてとらえることを目的として、授業の科学化を目指し、児童一人ひとりに「わかる授業の創造」するため、子どもの発達段階に応じた教材配列や教材の精選を図り、もって、教材を構造化することにより、その構造から指導内容を質的に精選し、授業設計に必要とする諸内容について考察し、「教材の構造と授業設計」のあるべき姿を探究し、仏教大学文学部学会論集第18号(昭和59年12月)によって、この稿の研究課題である前段階として公にした。

そこでは、

1, 「基礎的基本的事項の教材化」の項目のもとに,

- (1) 目標を具体的に, しかも明確に把握する。
- (2) 指導内容の重点化を図る。
- (3) 目標達成のため最も適切した教材を選ぶ。

の3つの観点から, 従来の授業改善を目指し, 「授業の質的改善の基本的条件」の重要な1つとして, 「授業設計」について, この条件を満たすために, 「教材をどのように解釈し, それを構造化するか」を課題に考察し, そこで, 「教材解釈とその系統の把握」の問題について解決に必要と考えられる諸内容を求めることに努めた。

その1つの方法と考えらる「教材解釈とその系統」の把握を, 3年生「除法」の単元を素材に考察した。

この前段としての考察して得たものは「授業の質的改善を図る」前提条件として「教材解釈とその系統」を把握であり, さらにそれを構造化のために必要と考えられる条件について考察した。その中で得たものは, 初めて描いた「授業—学習を1つのシステム」としてしらせることが, この研究課題である「教材の構造」と「授業設計」との結合することの必要性が考えられてくる。

この研究で描く「教材の構造と授業設計」の問題は, 今日の課題であり, この課題解決によって, そこで得られるものは何であろうか。

今回の臨時教育審議会が「基育改革の基本方向」を出すにあたって, 「教育の現状」を分析し, そこから21世紀に向けての教育の基本的な在り方が答申されたのである。

そこには, 「個性重視の原則」を中核として, 「基礎・基本の重視」「創造性・考える力・表現力の育成」を目指し, この実現によって, 「教育環境の人間化」「国際化への対応」が可能になると考える。この稿では, 「図形」教材を考察の対象としながら, 描いた課題の解明に努め, もって, 「授業の質的改善」を図りたいと考えるものである。

## Ⅱ 図形教材の特性を支える数学的基礎

ここで考察の対象とする第1学年の学習内容である図形C, (I), ア, イ, ウ「かたち」<sup>5)</sup>は, 図形の基礎概念を形成する「図形の観察科学」として学習を進める段階であり, 図形の実験科学, さらに図形の理論科学への基礎を身につけさせる「具体から抽象へ」の基礎を培う過程を歩む重要な時期であるということができよう。

この時期における根底には, 次のような思考様式が存在するのである。

すなわち「科学における思考の対象は, 個々の具体物そのものではなく, それらの物の特色を表象する理想像を描き, 現実の中に理想像を認め, 理想像の背後に現実の物を密接させる」これが科学的思考の特色といわれるものである。

しかし, 低学年の図形学習は, 「図形の観察科学」であるといっても, 指導の対象が未分化

の時期にある子どもたちなのである。

そこで、この時期における子どもの発達の特色の理解に立って、論理的な分類の方法による指導ではなく、学習の場においては、具体的な事物の観察や構成、造形などの操作を通して、図形の基礎的な概念が身につくように配慮した指導がのぞまれる。

第1学年における内容の扱いにおいて、「図形や空間の概念形成」の基礎として、図形や空間の概念形成のための準備段階においては、子どもたちは就学以前から、ものの形や大きさ、位置などについていろいろな経験をしてくている。そこでこれらの経験を生かしながら、既習の知識を整理し、さらに図形や空間についての理解の基礎となる経験を豊かにしていくのである。この際、子どもの自主的活動を促すように考慮し、図形や空間に対する親しみと関心を喚起させるように努めることが大切であり、性急な抽象や形式的な扱いには十分留意したいものである。

そこで、図形学習を進める場合においては、用語の理解や技能の習熟も大切であるが、子どもたち自らが図形の性質を見抜き、それを一般化し、概念化し、日常生活における様々な事象に適応し得る能力と、図形に対する豊かな直観力および論的思考力を養い身に付けさせることが重要であり、現場実践における重要な課題といわれるものなのである。

以下、図形学習をより効果的に進めるための素材に注目しながら、この学年における図形学習を素材とのかかわりについて考察を深めることにしたい。

図形学習と素材とのかかわりは、学習指導の成否を決定するといっても過言ではない。このことについては、従来から研究され実践に寄与されてきてはいるが、ややもすると教科書にこの素材が用いられているからといった安易な考えのもとで比判することなく、そのまま用いられていることが多いのではないかと考える。日々の学習指導において、学習指導の失敗をたんに指導技術だけの反省にとどめ、素材そのものが適切であったかどうかを吟味し、その改善に努めることがなかったというべきであろう。

そこで、この学習で、特に低学年における学習においては、どのような素材を、どのように配列すればよいのかについて十分の研究がのぞまれる。

次に、図形学習を進めるうえで欠くことのできないと考えられる点について提言したい。

#### ○ 子どもたち自らが図形の性質に関心をもたせるために —1—

学習の主体は、子ども一人ひとりである。したがって、何よりも大切なことは、子どもたち一人ひとりが学習すべき内容を意識し、自らが図形の性質に着目して効果的な学習を行なうかである。そのためには、学習過程をどのように構築するかが極めて大切なことになる。

#### ○ 子どもたちの図形概念理解の順序 —2—

子どもたち一人ひとりを理解しないでは、正しい学習方法を生み出すことはできない。子どもたちは、図形の概念を、さらに性質をどのような順序によって理解していくのであろうか。そのためには、子どもの認識過程を的確にとらえ、それに適合する指導方法を確立することが

大切である。

---

次は、「入学児童の数概念」<sup>6)</sup>の調査のための問題と方法である。

この中で、「算数推理力の発達」についてしてみると、

調査項目

- 順列の考え方はどの程度できるか。 —①—
- 組み合わせの考え方はどの程度できるか。 —②—
- 演繹的推理はどの程度できるか。 —③—

問題内容

—①— 犬・さる・きじの順序に、それらの顔を描いた四角な札を並べて見せ、「仲よしの犬・さる・きじ」の3びきがせまい1本道を代わり番に先になったり、後になったりして歩いています。今、犬がいちばん前で、次がさる、いちばん後がきじです。このほかにどんな並び方があるでしょうか。

この札でいろいろ並べてごらんといって、一組の札(犬・さる・きじ)を渡す。

(札は並べたままにしておく)

このようにして、子どもが何通りの並び方をするかを調べる。もし、「同じ順序のものが2回できたときは、同じものがあります」と注意を与える。

—②— 「金太郎・くま・しか」の順序に、それらの顔を描いた丸い札を並べて見せ、「金太郎・くま・しかとが、すもうをとることになりました。だれとだれがとったらよいでしょうか」とたずね、子どもの答えた組み合わせを札で並べておいてやり、「まだありませんか」とよく考えさせて、できあがった組み合わせについて調べる。

—③— 子どもにおはじきを3つか、4つを持たせ、「お母さんはあなたよりたくさん持っています。お父さんあなたより少く持っています。さあ、何れがいちばん多いでしょうか」とたずね、答えられたら、「その次は何れすか」とたずねて、どの程度答えられるかを調べる。

---

以上は、主として「算数推理力の発達」<sup>7)</sup>についての調査項目と問題内容である。

結果として得にものは、次のようである。

○ 演繹推理

算数推理の中心的な形式は演繹推理である。この発達の起源を探るために調査—③—の結果は、百分率80%となり、きわめて良好である。しかしこの推理過程と観察すると、3つの群を脳裡において視覚的に並べて比較したといってよい、心理学的な意味における思考とは異なると思われる。

○ 順序・組み合わせ

順列および組み合わせについて調査結果は、表のとおりである。この結果によれば、ふつう相当に困難とされる順序及び組み合わせについても、入学前ごろになれば、大多数が行動的には、これを把握し得るようになることが理解できる。

	不能	1	2	3	4	5
順 列	8	4	15	17	7	49
組 み 合 せ	9	14	18	68		

なお、子どもの数観念の個人差について見ると、新入学児童の一般的発達段階ではあるが、この発達には相当著しい個人差があることが認められる。男女の差に関しては、あまり大きな傾向が認められないといわれている。

このような傾向から考えて、むしろ、個人差によって数値を解釈した方がよいと考えられる。

そして、この個人差の生じる原因と考えられる点は、結局、先天的な遺伝と後天的な経験との交互作用によって獲得された学習素質あるいは痕跡体系であり、その応用される機能の数観念として現れるのであると考えられている。

このように1つの調査内容からみても、子どもの発達の根拠となる内容を知ることの重要性を知ることができよう。

○ 図形概念性質を確かなものとし理解させ、それを持続保持のために、— 3 —

学習指導がたんにその場かぎりのものであっては意味がなく、われわれの指導は永続性をもつものでなければならないと考える。

より、1～3の項目とその内容をもとにして、「学習と素材」とのかかわりから、図形学習を進めるうえでの具備すると考えられる条件について考察する。

#### (1) 素材の選択

小学校算数科における図形指導における素材のもつ意義はきわめて大きいものとする。

中学校になれば、抽象的な三角形や四角形の性質を理解させることは容易であるが、小学校、特に低学年では、具体物な事物の形とか、材料を用いて、それを子どもたちに提示しながら、その性質をとらえさせるためからである。

そして、同じ三角形の指導をするにしても、おはじき、色棒、色板、豆細工、三角旗、音楽で用いるトライアングルと、いろいろなものが考えられる。

ところが、具体的な素材には、それぞれ独自の属性によって、図形のある性質が強く浮きぼりにされる面もあれば、これとは逆に、ある性質は表面に現われないで、かえってその影をうすめる場合もある。おはじきを使用すれば、図形の頂点が浮きぼりにされ、色棒を使用すれば、図形の辺の数とか、長さの関係が強調されるのが、それである。

したがって、小学校の図形指導においては、指導のねらいと素材との関係を十分吟味することが必要である。

この考え方を、「色板」を例をしながら考察を深めることにしたい。

色板を用いて構成され则认为られる形には、正三角形、直角三角形、直角二等辺三角形などがあるが、このいずれかがぴったりと合うかは、一様にはいえないと考える。

しかし、色板が正三角形の場合は、構成される基本図形が、ひし形、平行四辺形、台形、正三角形、正六角形、不等辺直角三角形の場合は、長方形、平行四辺形、台形、ひし形、二等辺三角形、直角二等辺三角形の場合は、正方形、長方形、平行四辺形、台形、直角二等辺三角形である。

この3種の色板と学習指導要領に示す基準内容との関係からみたとき、1年生～2年生では、直角二等辺三角形の色板用い、3年生では、一般の直角三角形、4年生では、正三角形の色板を用いることがよいと思われる。

この実践にあたつては、色板による図形学習がたんなる構成的な遊びに終ることなく、色板を通して図形の性質を理解させようとする場合には、特に、この学年的配慮が必要であると考えられる。

ところで、直角二等辺三角形の色板を用いた場合には、どのような図形の性質を理解させることができるのであろうか。

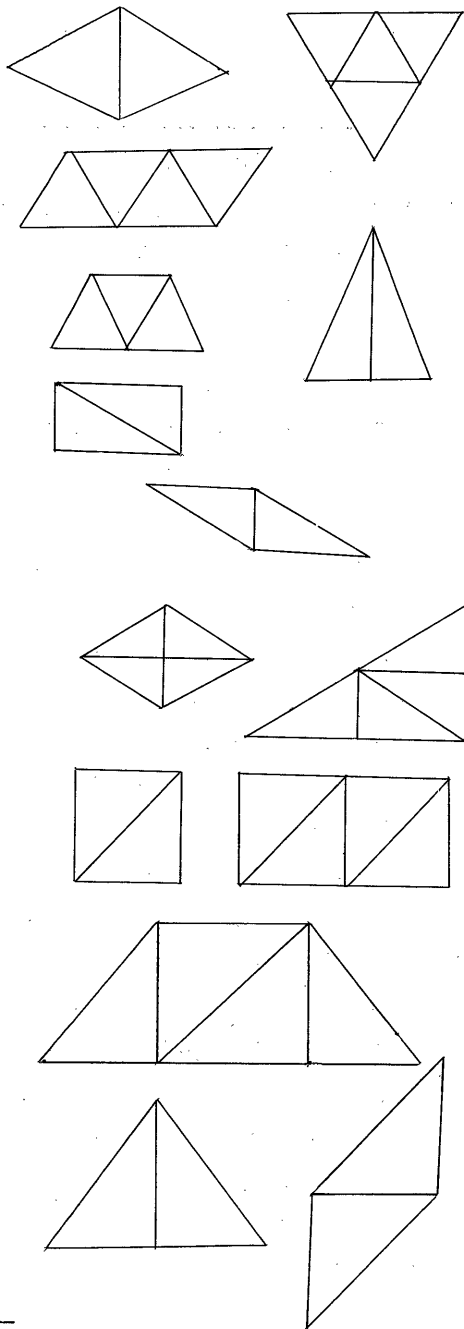
この場合の対象学年は、1～2年生である。この理解は感性的なものであるが、次のような図形の性質が理解できるとと思われる。

- ① 2枚の色板、4枚の色板で正方形を構成させる場合、

この場合には、

- ㊦ 正方形は、1本の対象線によって、同じ直角二等辺三角形に分けられる。

- ㊧ 正方形は、2本の対角線によって、4



つの同じ直角二等辺三角形に分けられる。

㊦ 正方形の対角線は、たがいに関を二等分する。

㊧ 正方形の4つの角は等しく、みな直角である。

㊨ 正方形の4つの長さは、みな等しい。

㊩ 2枚の色板で、直角二等辺三角形と構成させる場合、

㊦ 直角二等辺三角形の二辺の長さは等しい。

㊧ 直角二等辺三角形の両底角の大きさは等しい。

㊨ 直角二等辺三角形は、直線について対線。

㊪ 2枚の色板で、四角形を構成させる場合、

㊦ 一本の対角線によって、同じ三角形に分けられる。

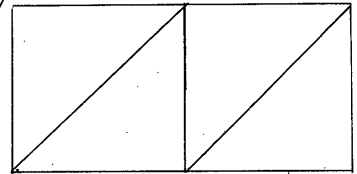
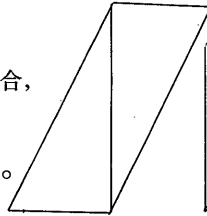
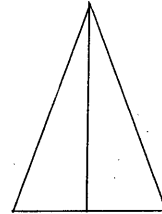
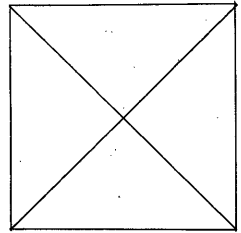
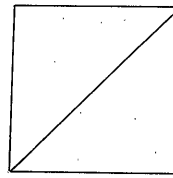
㊧ 向かい合った辺の長さは等しい。

㊨ 向かい合った角の大きさが等しい。

㊫ 4枚の色板で、長方形を構成させる場合、

㊦ 向かい合った辺の長さが等しい。

㊧ 4つの角は等しく、みな直角である。



以上、平面図形の学習における色板のもつ教育的意味について考えてみたが、図形学習における入門期における子どもの発達的特質の理解に立って、色板のもつ教育的意味を十分生かせる場の設定とともに、操作的活動を通して、その効果的な活用を期待するものである。

先にも、学習指導が成功するか否かは、素材の適否にかかわることの意義について考えてきたが、ここで、従来の図形学習と素材の選択に注目しながら、素材のもつ性格と図形指導について考えてみたい。

2年生の図形学習においては、「展開図をもとにして形を考えたり、ま上、ま横からゆた形を考えさせる」ことを通して、漸次、平面図形と立体図形との相違や関係に着目させることが指導の1のねらいとして示されている。(第2学年、図形C、(1)、ア・イ・ウ・エ)

このような学習のねらいを達成するためには、どのような素材を用いることが適切であろうか。

従来の素材の取りあげ方を反省してみると、たんに「形あつめ」とか、「形しらべ」といったように、制限もないままに、いろいろな物を集めさせ、それらをま上やま横から観察させ、箱の展開図を書かせるといった場面が多かったように考える。

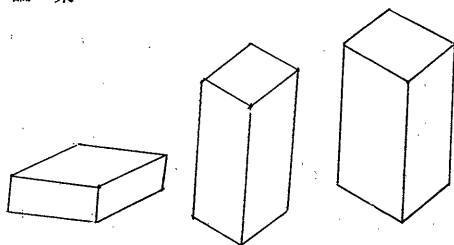
このような素材の取りあげ方では、その大きさや形があまりにも広く、学習の統制や焦点化が困難になり、これでは、素材の取りあげ方があまりにも無計画、無統制であるということができよう。

これを、例えば「けしやうびんの箱」ということに限定してみたらどうだろうか。「けしや



「うびんの箱」には、右のような形のものがあり、大きく分類してみると、3つの種類がある。

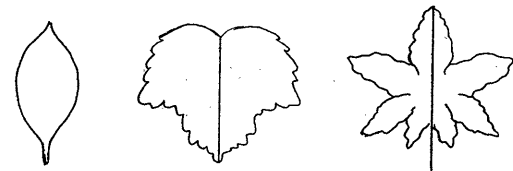
背の低い箱、背の高い箱があり、背の低い箱は、底の形が正方形のもの、背の高い箱の中には、長方形のものがある。このようにみると、それぞれの箱には、箱の機能と形態の間に深い関係があるものと考ええる。



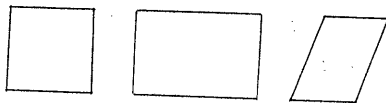
したがって「けしうびんの箱」を分類する場合、機能的な分類と形態的な分類とが一致して学習に用いるのにきわめて都合がよいといえる。底の形がま四角な箱では、側面の形がみな同じであること、底の形が長四角な箱では、側の形が1つ置きに同じになっているという性質も、この機能的な分類に助けられて、一層理解を容易なものにすると考えられるからである。

対称な図形の指導においても「かきの葉」を用いるか、「つたの葉」か、「かえでの葉」かによって学習指導の効果が大きく左右するものと考えられる。

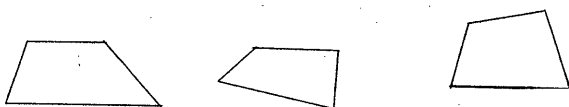
さて、1つ1つの素材や具体的な図形はすべて特殊な性質をもつものであるが、次に示した6つの四角形は、それぞれが特殊な形であって、そのいずれも四角形一般を示すものではない。



すなわち、四角形一般とは、これらの形に共通な性質「頂点が4つあること、辺が4つあることなど、を抽象することによって得られた概念」であるということができよう。そこでもしも



われわれの手で学習に用いようとする素材を、常に特定の図形に限定しようとする場合には、それが例え一般四辺形といわれるものであっても、子どもたちに四辺形一般の正しい概念を形成することも、それらに関する共通な性質を意識させることもできないと考えられる。



このようにして、正方形や長方形ばかりに接してきた子どもたちが、四角形一般を理解せずに、正方形や長方形以外の四角形を「四角形」とよぶことに抵抗を感ずるのはそのためであるといえる。

したがって、図形の一般的な性質を導くには、多様性のある素材を選ぶことが大切である。

このように考えて、図形学習と素材とのかかわりを整え、「図形の性質」の理解に、どのように着目させるかの問題が生じる。

学習の主体が、子どもにあることはいうまでもないことである。したがって子どもたちが、積極的に図形の性質に着目し、それを理解するような学習を展開していくことが大切なことになるといえよう。

1年生の研究授業を参観したとき、「かたち」という題材の指導で、正方形の色紙から長方形の短冊を作る指導の場面を見ることがある。

学習に導入する場合「かたち」という題名を、子どもたちの生活にかかわりをもつと考えられる「たなばた」に置き換え、それに合う場面を設定する。そのうえで、教師は、七夕まつりを子どもと話し合ってから、色紙を子どもたちに与え、次のような学習の流れを構成する。

T、「色紙は、どんな形をしていますか」

と発問する。

C、「四角形をしています」

C、「ま四角です」

と、子どもたちは答え、学習は、次のように発展した。

T、「そう、ま四角ですね。それでは、この色紙を2つに折りましょう」

T、「かどをかどえ、きちんと合わせて折りましょう」

T、「どんな形が、できましたか」

C、「長四角です」

T、「そう長四角ですね。では、またその半分に折りましょう」

T、「どんな形ができましたか」

C、「長四角ができました」

学習の流れは見た目では、いともスムーズに展開されていった。

しかし、このことは必ずしも学習指導の成果を意味するものではなく、むしろ、この授業には致命的欠陥をもつといえるのである。

その要因は、次のようなところにあると考えられる。

すなわち、子どもたちは、1つ1つの作業が、どのような目的をもっているのか、たなばたの何を作るのか、その自覚をもった作業でないということである。ただ、教師の与えた指示にしたがった作業であって、1つ1つの問いに答えていただけであり、知らず知らずの間にできた形が、長方形の形をした短冊であったということであって、その学習のねらいに対する明確な目的意識をもつものでなく、その1つ1つの作業が目的に沿って身に着きたいえないのである。ここにこの学習指導としての致命欠陥があるといえるのである。

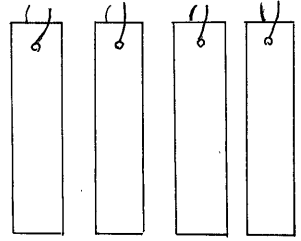
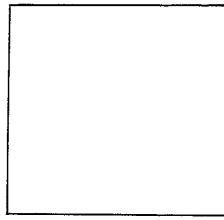
したがって、学習を成功させるためには、何よりもまず具体的な目的意識をもたせることが必要であると考えられる。

なお、1年生という学年の特質から考え、目的意識をもたせるためには、「ま四角な形と長四角な形について勉強しましょう」といっても、具体的に何をするものか理解できないであろうし、また、興味も、関心ももたないことになる。

例えば、図のような、1枚の色紙と、4枚の短冊をみせ、「1枚の色紙から、このような短冊を4枚作りましょう」といた。具体的に目的を示す方法によって示し、その時々学習指導

に対する問題意識をもたせる  
ような学習場面を設定するこ  
とがのぞまれる。

「図形の性質」を理解させ  
るためには、まず「図形の性



質」に着目させ、それを自覚させるためには、このように、まず目的意識を明らかにし、次に問題意識をもたせるように仕向けるような学習過程の設計がのぞまれるのである。

このことを前提としながら、問題意識をもたせるには、なによりもまず、教材の適度、抵考慮することが考えられる。ここに、この研究で描く、「教材の構造を授業設計」の課題解明のカギが潜むと考える。

この「教材の構造の問題と授業設計」の問題を考える場合に欠くのできない要素として重要視するものとして次の内容がある。

○ 子どもたちは、図形の性質をどのようにして理解するのだろうか。

この問題解決に必要とする観点は、次に3つが考えられる。

- (1) 子どもたちは、最初生き生きとした全体的な直観によって、図形の性質をとらえる。
- (2) 子どもたちは、操作的な方法を通して図形の性質をとらえる。
- (3) 子どもたちは、一定の経験を累積してはじめて図形の性質を理解する。

この3つの観点を日々の実践に具体化するためには、どのような点に留意すべきであろうか。

それには、まず、図形に対する子どもたちの生き生きとした全体的直観的なとらえ方を重視し、それを積極的に学習活動の中に、どのようにしてとり入れるか、そして操作的方法をたんに実際の操作的操作だけにこだわることなく、念頭による操作を含め、その場の設定を考慮すべきであろう。なお、注意したい事柄の中で、図形の性質を教師が注的に説明にとどまることなく、子ども自身に発見させるためには、どうしても量的な積み重ねが必要である。それを実践に生かすためには、

子どもたちは、変化の中で図形の性質をとらえる。

という意義を中心に授業設計に位置づけることを重視したいものである。

### Ⅲ 図形学習の段階とその展開

この領域においては、図形や空間概念を育成することを主たる目標とするが、小学校指導書算数編によれば、図形指導のねらいが、大きさ、形、位置の3つの観点から述べられている。

その内容の要点は、次のようである。

「大きさ」の観点からは、「いろいろな図形（平面図形、立体図形）がいくつかの基本的な図形によって構成されていることを見出し、その基本的な図形の諸性質を知ることによって、いろいろな図形を分析することができるようにする」

「形」の観点からは、「基本的な図形を理解すること、および図形の構成や構図の観察をとおして、幾何学的な構成に着させる」ことが図形指導のねらいとして大切であるとし、そのような考察を通して幾何的な美しさについても目を向けさせることにも留意する必要がある。

「位置」の観点からは、「平面や空間」にある物の位置を表現することが1つのねらいとなっているが、合図な2つの図形の相対的な位置などのようにいい表すか、一ずらす、まわす、うらがえす—といったことや直線や平面についての位置関係—平行・垂直—などを知ること大切でねらいになるとしている。

これら3つの観点から把握した内容を指導するにあたっては、図形の性質が平面や空間と密接な関係をもっていることに十分注意する必要がある。

そして、それらのねらいを達成する方法として、子ども自身の感覚にうったえながらの操作的な活動に重点を置くことが大切であると考ええる。

以上の内容を子どもたちの感覚にうったえた操作、あるいは実証的方法をとおして、基本的な図形の性質を体得することが、この領域のもつ重要なねらいと考えるべきであろう。

さて、このような図形指導のねらいをどのように実践していくかが課題となる。

そこで、「図形の系統をつくる手順」という観点から、この課題を追究してみたい。

この手順（手がかり）を得るための前提となると考えられるものは、図形学習の段階といわれる3つである。それは「収集・観察の段階」「実験の段階」「理論化の段階」である。

これらの各段階における観察といい、実験といっても、図形のどのような事柄を、どのように観察したり、実験したりするなどを明らかにする必要がある。

これらの点を手がかりにしながら、図形の系統把握について考えてみると、次のような条件が必要であると思われる。

一般に、図形を構成している要素として、点と線と面があげられ、特に最も基本的な要素とするものは、点と直線と面であり、いわゆる図形の基本的要素といわれるものである。

そこで、この基本的要素の性質を考える場合に、どのように分類すればよいのだろうか。

考えられる分類は、

- ① 頂点、辺、角、面などの類
- ② 辺や角などの相等・大小の関係
- ③ 直線や平面などの位置関係（平行・垂直）

の3つである。

それでは、この3つの内容を学習活動の中にどのように位置づけるべきであろうか。

①の場合には、「四角形の頂点は4つ、角も4つ」といった内容のものであり、ほとんど観察の段階で終ることになる。しかし、 $n$ 角の対角線の数を問題にするような場合には必然的に、実験、さらに理論づけの段階にまで進むことになると考えられる。

もっとも、①の場合のほとんどは、見ただけで理解できる内容であり、このことを基にした

図形の系統を考える必要はなく、どうしても、②の場合と③の場合とに注目した系統を作成することになると考える。

②の場合には、これらの関係の内、基になるものは相等であり大小関係は相等を基にしてとらえることになる。そして辺や角への相等はもう少し広い視野から見ると合同の関係であるといえることができる。

③の場合の関係の内重要なものは平行の関係であろう。

6年生の「図形の拡大と縮小」で扱う相似は、合同と平行とのを組み合わせることができる。

このように3つの内容をみると、図形の考察にあたっては、いちばん基礎になると考えられるのは、合同と平行の概念である。

だから、合同と平行についての一般的な経験的認識過程を根幹に置いた知識を系統づけることがよいという考え方が生まれる。

ここで、さらに「図形の系統」を何にと主軸にすればよいかについて考えてみたい。

合同と平行の概念を基にして、図形の系統を作成する場合に、その主軸を何に求めるべきかが問題になる。

その主軸（根幹）をなすと考えられるのが、「合同と平行」と図形の系統との関係であると考えられる。

この理由を「合同な2つの三角形」の考察によって確認してみよう。

合同な2つの三角形を、対応する1つの辺がぴったりと合うように並べるためには、次の図のような2通りの並べ方が考えられる。

この内、

①の場合は、一方が他方をうら返した形になるように並べたり、

②の場合には、一方が他を180°回転した状態になっている。

①は、対称な図形であり、②は、点対称の図形である。①の場合は、合同に関する主要な性質を集約している図形として重要な意味をもつものであり、これに対して、②の場合は、平行四辺形であり、平行に関する主要な性質のほとんどすべてを集約している図形とみることができよう。

さて、このように考察を進めてくることによって、合同な2つの三角形を並べてできる四角形が、合同と平行に関するほとんどすべての性質を集約して含んでいることになると思う。

このように、四角形の考察ということを主軸に考察すれば、そこに小学校における平面図形の系統を組み立てるための構想がでてくるものと考えられ、これが現行の小学校算数教科書

に編集されている図形の系統の骨組みとして具現されている。

その例をみてみよう。

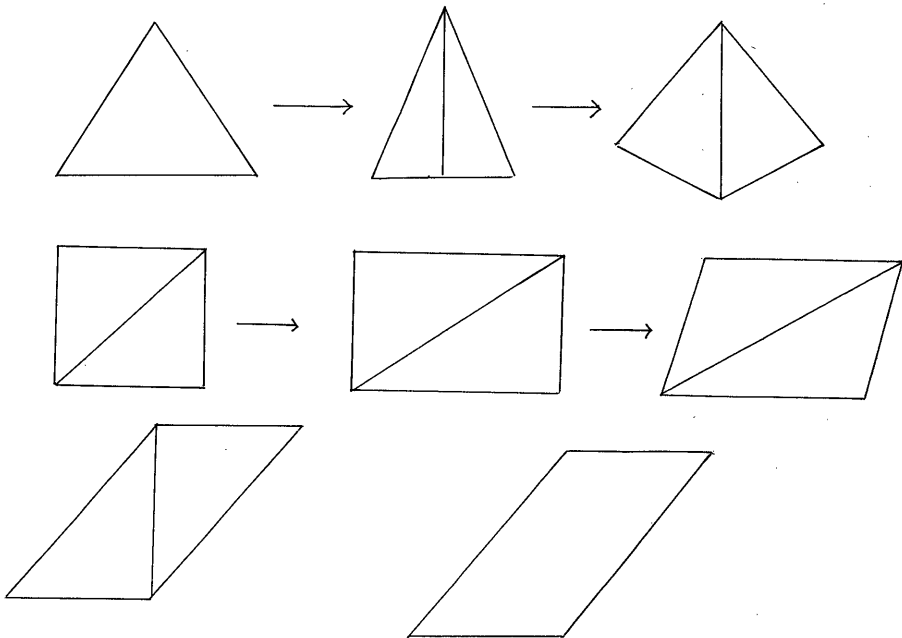
合同な三角形が、

ア 直角二等辺三角形のとき

イ 直角（不等辺）三角形のとき

ウ 一般の三角形のとき

の3つの段階を考えることによって、おのずとそこに子どもの発達段階に即した図形指導の系統が構成されてくるものと考ええる。



この考察の中で、「幾何的な美しさについても目を向けさせる」とことに関連して、この系統は、操作や作業を通して教材を系統的に構成されることに妙味があることに注目していきたいと考える。

1年生、図形教材「かたち」の単元をこの研究内容の確認の意味から考察の素材として取りあげ、「<sup>8)</sup> 現行の小学校算数教科書」の学習展開の過程をみながら、「教材の構造と授業設計」に関する結合の問題について考えてみたい。

(1) 学習指導要領に示す基準内容<sup>9)</sup>

第1学年の目標

(3) 具体的な操作を通して、図形や空間についての理解の基礎となる経験を豊かにする。

C 図形

(1) ものの形についての観察や構成などの操作を通して、図形や空間についての理解の基礎となる経験を豊かにする。

ア ものの形を認めたり、形の特徴をとらえたりすること。

イ いろいろな形を構成したり分解したりすること。

ウ 図形を考察するときに用いる操作などに漸次着目すること。

エ 方向や位置に関する言葉（前後、左右、上下など）を正しく用いて、ものの位置を言い表すこと。

この内容を取扱う場合には、次の点に留意するように示唆している。

内容取扱い

(2) 内容のCに関して、具体的から図形を抽象する過程を重視し、図形に対する関心と親しみをもたせるように配慮する必要がある。

(2) 基準内容の具体化<sup>10)</sup>

内容の関連

(既習内容)

(ここに考察の対象とする内容)

1年生 かたち(1)

○立体図形の特徴と仲間分け（立方体、直  
方体、円柱、球の箱や缶）

○立体図形による立体物の構成（箱や缶に  
よる構成、粘土による構成）

1年生 かたち(2)

○平面図形の特徴と仲間分け（正方形長  
方形、三角形、円のもの）

○平面図形による形作り（色紙による構成、  
切り紙による構成）

→ 1年生 かたち(3)

① 色板による形の構成

② 色板の操作による形の変形

ずらす（平行移動）

まわす（回転移動）

うらがえす

（対称移動）

↓

（発展内容）

2年生、三角形と四角形

長方形と正方形

3 かたち(3)の展開

(1) 指対目標

① 直角二等辺三角形の色板によるものの概形の構成を通して、図形に親しみ、図形の性質を理解するための素地を養う。

② 直角二等辺三角形の色板の移動による変形を通して、図形移動の基本を経験させる。

4 指導内容と基本的事項<sup>11)</sup>

この單元においては、直角二等辺三角形の色板を使って形を構成したり、変形したりすることを通して、ものの形や基本図形に親しませ、あわせて図形移動の基本を経験させることを主

なるならいとする。

このねらいを確かなものとして子どもたちに育成するためには、次の基本的事項に留意する必要がある。

① ものの概形をとらえること。

ものの概形をとらえるということは、複雑な図形の全体を単純な基本図形の組み合わせとしてとらえることであり、図形の抽象化を図る場合にきわめて重要な経験となると考えられ、図は、家の形を正方形と三角形で表現しているが、基本図形をこのような具体的なものの形の中からとらえさせることが、この学年段階ではきわめて大切なことであるといえる。



われわれの基本図形の概念は、実在するものの形から抽象したものであり、それ以外のどこからももってきたものでないということである。

② 基本図形の認知と構成

基本図形を天下り的に押しつける形で教えるのではなく、ものの形の中に認めさせることが大切であることは、先に考えてきた通りである。

そして、その基本図形を直角二等辺三角形の色板で構成させながら、それらの図形の基本的な性質を理解するための経験を得させることになる。

なお、基本図形の構成を行なう場においては、洞察力の育成を重視しながら、見通しをもつての操作ができるようにしたい。

③ 図形の移動とその操作

図形の移動には、次の3つがある。

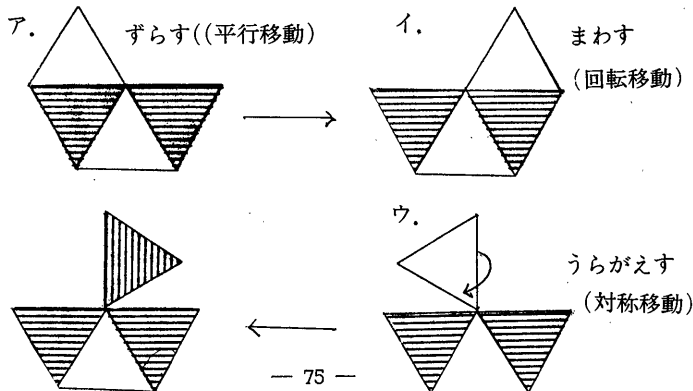
ア むらす(平行移動)

イ まわす(回転移動)

ウ うらがえす(対称移動)

これらは、図形を合同変換する場合の基本操作である。

すべての図形の移動は、この3つの操作の組み合わせによって行われることになる。





アの変形は、平行移動、イの変形は、回転移動、ウの変形は、対称移動である。

この扱いに際しては、子どもたちには、どの色が、どのように動いたかをしつかりと見通しを立てさせてから、操作させる。

## 5 指導計画

3時間扱い

(1) 「かたちづくり」 ○直角二等辺三角形 2時間の色板による形作り。

・ものの形の概形を構成する。

・基本図形を構成する。

(2) 「かたちをかえる」 ○ずらす(平行移動)

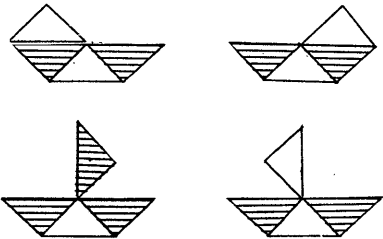
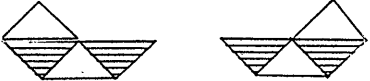
・まわす(回転移動)

・うらがえす(対称移動)

などの基本操作による図形の変形。

## 6 「かたちをかえる」の展開

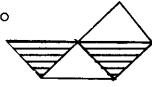
目標 直角二等辺三角形の色板をずらしたり、まわしたり、うらがえしたりして形を変形させ移動の基本を経験させる。

学 習 活 動	留 意 点
<p>1</p> <div data-bbox="226 967 1087 1090" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>“とまぶね”から変形させて，“ほかけぶね”を作り，図形移動の基本操作をくふうする。</p> </div> <p>① 図を見て，何の形か話し合う。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div> <p>・ “とまぶね”と“ほかけぶね”であることを話し合う。</p> <p>② 左の“とまぶね”を右のような“とまぶね”の形にかえる。</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">  </div>	<p>“とまぶね”“ほかけぶね”の説明をする。</p> <p>・ まず，念頭操作によることが大切である。頭の中で，色板をどのように動かせばよいかを考えてから，実際に操作させる。いきなり，具体物で操作させると，ずらす（平行移動）ということを意識しないで，形を作ってしまうからである。</p>

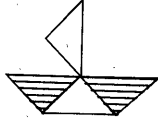
- どの色板を一枚、どう動かせばよいか、念頭操作で予想する。

- 実際に操作して確かめる。

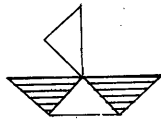
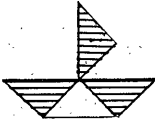
- ③ “とまぶね” から、  
“ほかけぶね” に形を  
かええる。



- 念頭操作で考える。
- 実際に操作して確かめる。



- ④ 右の“ほかけぶね”を、左のよきな、  
“ほかけぶね”の形に変える。



- 念頭操作で考える。
- 実際に操作して確かめる。

- ⑤ 各自で、“とまぶね”を作り、次々と変形して“ほかけぶね”を作る。

- ゆっくりずらして形が変わるようすを見させるようにする。

- “ずらす”操作に比べて“まわす”操作は、抵抗が考えられる。実際に操作する場合、回転の中心を指でおさえ、ゆっくりまわして見せることが肝要である。

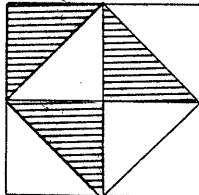
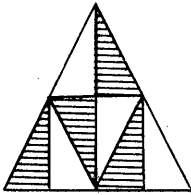
- “うらがてす”操作は“ずらす”操作や“わます”操作と比べていっそう気づきにくい。色板の色に着目させ、うらがえしになっていることに気づかせ、どのように、うらがえせばよいかを考えさせる。

- 「とまぶねらしてむきがわり、まわせばほかけにへんしんだ。ほかけうらがえしてむきがわる」と調子よく変形すると興味がわく。

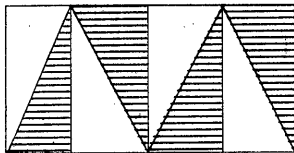
2

色板を2枚ずつ左右対称に動かして、形を変形する。

- ① 図を見て、何の形か話し合う。



“さんかく”  
“ましかく”  
“ながしかく”

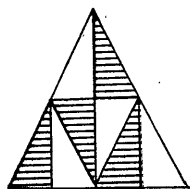


になっていることを話し合う。

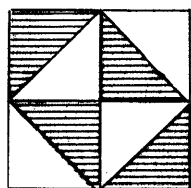
- ② 色板8枚で、図のような“さんかく”を作る。

- 子どもの自由な発想を大切にし、教師の考えを押しつけないようにする。

- 色板8枚で“さんかく”を作ること抵抗を感じる子どももいる。そこで、図



③ “さんかく” から “ましかく” を作る。



④ “さんかく” から “ながしかく” を作る。



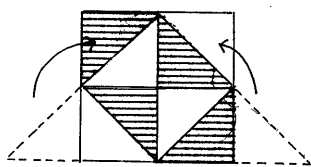
⑤ 再度 “さんかく” を “ましかく” や “ながしかく” に変形する。

をよく見て、色板を1枚ずつ並べて作らせる。

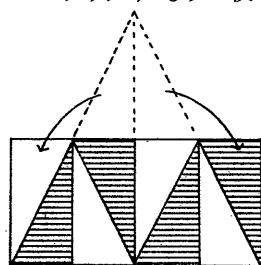
・ 1枚をゆっくり動かして見せ、あとの1枚を念頭操作でどう動かせばよいか考えさせる。具体的操作は、その後でさせるようにする。

・ “まわす”

操作では、回転の中心を明らかにさせることが大切である。



・ 回転の中心に着目させながら、まず、1枚の色板をまわし、次に、もう1枚をまわさせる。



## むすびとして

この考察の展開をふりかえてみると、この稿の第一段階としての研究から得たものは、先にも見てきたごとく、指導すべき内容の構造化を図ることを意図し、それぞれの目標にしたがって系統的に分析しながら把握、それに指導の対象とする子どもの発達段階を考慮した「授業のシステム化」をどのように構成するを重要な課題として求めることができたものとする。

そして、この過程を次の手順で求めることであった。教材解釈・教材構成の把握、授業構成の手順である。

この考察の過程で、最もこの課題に内在する「教材解釈」「教材構成の把握」の2つが重要な内容をもつものと考えられるのである。

そこで、この稿では、第一段階の研究内容を十分に検討し、図形教材を考察の素材として「教材解釈」をするうえで、何が問題なのかを考えてみると、そこに1つの考えとして出てきたのが「教材」を構成してらる基礎的内容についての考察である。

## 算数科における教材の構造と授業設計についての研究 (2)

このような経過を反省してのこの研究であった。

この研究によって、この課題解決の方向として考えられるものは「教材の特性」の分析とその把握、この内容と学習指導との関連をどのようにするか。

そこに考えられるものは、一人ひとりの子どもの学習の成立の問題「学習過程」の構成等、多くの解決のための要素を把握することができたことがこの研究の成果であったと考える。

### 注記

- 注1 教育改革に関する第一次答申 1985. 6. 26 臨時教育審議会
- 注2 出石隆他 理論と実践 算数科教育の研究 P. 65～
- 注3     "                         "                         P. 40～
- 注4     "                         "                         P. 40～
- 注5 文部省 学習指導要領 第2章, 各教科 第3節, 第1学年, 目標・内容
- 注6 小田信夫・宮城延太郎 数概念の発達 P. 243～
- 注7 高橋陸男, 他 小学算数1年教師用指導書 P. 27～
- 注8 文部省 小学校指導書算数編 P. 51～
- 注9 文部省 学習指導要領 第1学年
- 注10 高橋陸男, 他 小学算数1年教師用指導書, 研究編 P. 219～
- 注11     "                         "                         P. 223～

### 参考文献

- 東 洋編著 教育工学講座3, 教授・学習システム 大日本図書 昭和46年
- 井上 俊夫著 小学校における算数教材の精選・統合と教授過程についての一考察 仏教大学人文学論集 第15号 昭和56年
- "       算数科における教材の構造と授業設計についての研究(1) 大日本図書 第18号 昭和59年
- "       算数数学の研究 昭和62年6.7.8.9月
- "       学習指導研修 教育開発研究所 昭和61年6.7.8月
- "       "       教育開発研究所 昭和62年1.2.3月
- 井上俊夫編著 算数のつまずき発見 階層評価グラフシステムによる診断と治療 三晃書房 昭和57年
- 出石隆他編著 理論と実践 算数科教育の研究 大坂書籍 昭和54年
- 小高 俊夫著 算数・数学授業の原理 東洋館出版 昭和55年
- 能田 伸彦著 算数・数学科授業の設計と実際 東洋館出版 昭和54年
- 滋賀県総合教育センター 学力の実態に関する研究 ―算数・数学― 昭和48年
- "       数学授業システムの設計と教材の開発 昭和48年
- "       "       昭和49年
- "       授業の質的改善に関する研究 昭和56年
- "       児童・生徒の思考過程を重視した関数指導にかかる授業の研究 昭和59年
- 文部省 学習指導要領 昭和52年
- "       小学校指導書算数編 大阪書籍 昭和53年
- 前田隆一他 新算数教育講座 第4巻図形 吉野書房 昭和37年
- 前田隆一他 新算数教育講座 第5巻総論 吉野書房 昭和37年
- 雑誌・教科書・資料

## 人 文 學 論 集

金子孫市 教育システム研究センター編 教育システム研究 明治図書 昭和47年

全国プログラム学習研究連盟 教育フロンティア 教育出版 昭和38年

中川生他 I S M教材構造化法の適用による教科書教材の構造把握 電子通信学会 昭和56年

Takahirosato Determinatiou of Hiemrchicol Networks of Instructional units Using the  
Interpretive Struetural Modeling Methoct. 電子通信学会 昭和57年

高橋陸男, 他 小学校算数 1年 大阪書籍 昭和57年

〃 小学校算数教師用書 1年 大阪書籍 昭和57年

橋本純次, 他 改訂算数指導書 総説 啓林館 昭和57年

School Mathemeticsfor The Elementory Study Group.—School Book 3. Part 1. Ⅱ—